Ａ－２　超伝導空洞の性能測定

空洞の測定系を図１に示す。空洞は液体ヘリウムを満たしたクライオスタット内にあり超伝導状態である。

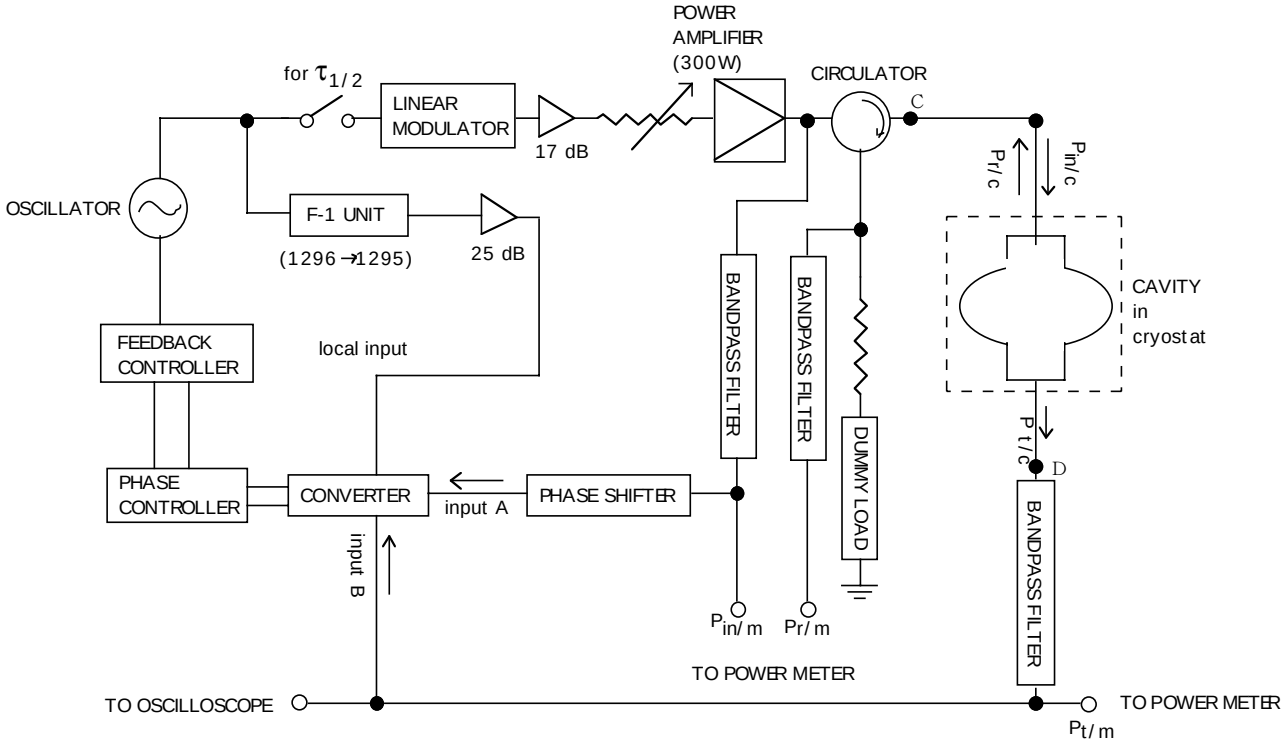

図１　測定系

１．ＰＬＬ（Phase-locked Loop）

空洞の共振周波数に追随してＲＦを入力するために回路はＰＬＬになっている。

ＰＬＬの主な構成要素は位相比較器、ループフィルタ、電圧制御発振器（Voltage　Controlled Oscillator; VCO）の３つである（図２）。

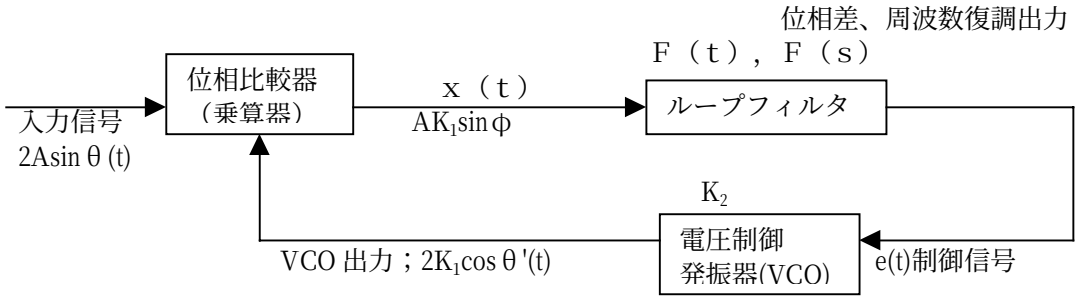

図２　ＰＬＬの基本構成

位相比較器：
　２つの入力信号の位相差に対応した出力電圧を発生する。

ループフィルタ（低域通過フィルタ）：
　位相比較器出力に含まれる不要な高調波成分や雑音を除去する。
　そ振幅、位相特性によりＰＬＬの応答特性、同期特性を決定する。

電圧制御発振器：
　ループフィルタの出力の制御信号電圧で発振周波数が決定される発振器。
　その出力が位相比較器に加えられＰＬＬの帰還ループを形成する。

１）同期状態にある場合
　ＶＣＯの自走発振周波数が入力信号の周波数と異なると、位相比較器出力電圧が周波数を合致させるに必要な制御電圧となる。

２）同期状態にない場合
　周波数引込み過程（Pull-in。位相比較器が異なる周波数の入力信号のミクサーとして周波数差に対応する２信号の積にに比例する検波出力を発生し、この差がループの特性で決定される特定の値以下である場合、漸次ＶＣＯが周波数差を縮め同期する。）に引続き、位相同期過程（Lock-in。位相比較器出力電圧の作用）にて位相が同期する。

空洞からの入力信号（p_tより抽出。A^2［W］）、及びＶＣＯからの信号（K_1^2［W］）を下式であらわす。
　$2A\sin\theta(t)$
　$2K_1\sin\theta'(t)$

位相比較器の出力X(ｔ)は上記２信号が乗算され、
　$x(t) = 2A\sin\theta(t)\times 2K_1\sin\theta'(t)$
　　$= AK_1\sin\{\theta(t)-\theta'(t)\} + AK_1\sin\{\theta(t)+\theta'(t)\}$
　　$\rightarrow AK_1\sin\{\theta(t)-\theta'(t)\}$
　　（第二項は高周波のためろ波される。）

従って、位相比較器の出力電圧は、入力信号とＶＣＯ出力信号の位相差の正弦に比例し、ＶＣＯの自走発振周波数が空洞の共振周波数

と異なると、コンバーター出力電圧が周波数を合致させるに
必要な制御電圧となる。

簡単なループフィルタの無い場合を考える。
ＶＣＯの自走発振角周波数をω_0［rad／sec］とし、
その角周波数変調感度をK_2［rad／sec ・ V］とする。

位相比較器出力電圧を帰還したとき発振角周波数$d\theta'(t)/dt$は、
$d\theta'(t)/dt=\omega_0+K_2AK_1\sin\phi(t)$
ここで、$\phi(t)=\theta(t)-\theta'(t)$。

$\theta_1(t)=\theta(t)-\omega_0 t$
$\theta_2(t)=\theta'(t)-\omega_0 t$
とおくと$\theta_2(t)=\theta_1(t)-\phi(t)$であるので前出の式は、
$d\phi(t)/dt=d\theta_1(t)/dt-AK_T\sin\phi(t)$
ここで、$K_T=K_1K_2$
AK_T：ＰＬＬのループゲイン
AK_1：位相比較器の出力電圧
K_2：周波数変調感度

尚、図１では低域通過フィルタ及び電圧制御発振器はフィードバックコントローラに含まれている。

２．Q_0など測定量の算出

測定で求めるのは空洞カップラ位置でのＲＦパワー：入射p_{in}、反射p_r、トランスミットp_t（空洞は液体ヘリウム中にあり、パワーセンサーを直接接続することが困難であるためヘリウムスタットの外で測定し、同軸ケーブルでの電送ロスをケーブルコレクションにより補正。ケーブルコレクションについては後述する。）、共振周波数f、ヘリウム温度T（後で示すがヘリウム圧力より換算）、Q_L（$\tau(1/2)$、fより算出）であり、これよりQ_0、E_{acc}などを算出する。

見かけのＱであるQ_Lは、以下の通り測定される。
空洞への入力パワーを中断した時のp_tの減衰は

$$p_t(t)=p_t(0)\cdot e^{-\frac{\omega t}{Q_L}}$$

従って、p_tが１／２になる時間をτとしオシロスコープで測定すれ

ば、

$$\frac{1}{2}p_t(0) = p_t(\tau)\cdot e^{-\frac{2\pi f\tau}{Q_L}}$$

$$\therefore Q_L = \frac{2\pi f\tau}{\ell n2}$$

定常状態ではエネルギー保存則より、

$$p_{loss} = p_{in} - p_r - p_t$$

β^*、β_t、β_{in}、Q_0、Q_t、Q_{in}、Q_Lは以下の通りである。

$$\beta^* = \frac{1 \pm \sqrt{\frac{P_r}{P_{in}}}}{1 \mp \sqrt{\frac{P_r}{P_{in}}}}$$

（符号はカップリングがオーバーのとき上、アンダーのとき下）

$$\beta_t = \frac{P_r}{P_{loss}}$$

$$\beta_{in} = \beta^* \cdot (1 + \beta_t)$$

$$Q_0 = \frac{\omega U}{P_{loss}}$$

（常伝導ではQ_0を求めるために共振周波数f、共振の半値幅Δfを用い$Q_0 = f$／Δfを使えるが、我々の超伝導Ｌバンド空洞ではΔf～0.04Hzとなり、この方法では測定できない。）

$$Q_t = \frac{Q_0}{\beta_t}$$

$$Q_{in} = \frac{Q_0}{\beta_{in}}$$

$$\frac{1}{Q_L} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_{in}} + \frac{1}{Q_t}$$

表面抵抗R_Sは以下の通り求められる。

$$Q_0 = \frac{\omega U}{P_{loss}}$$

$$P_{loss} = \frac{1}{2}R_s\int H^2 dS$$

上のQ_0の式に下の２式を代入して

$$Q_0 = \frac{\frac{\omega\mu}{2}\int H^2 dv}{\frac{1}{2}R_s\int H^2 dS} = \frac{G}{R_s}$$

$$\therefore R_s = \frac{G}{Q_0}$$

ここで、$G = \dfrac{\frac{\omega\mu}{2}\int H^2 dv}{\frac{1}{2}\int H^2 dS} \approx 270\Omega$　（Ｌバンド単セル空洞）

温度Tは、圧力ー温度対応表を用いて下式の通り求められる。
T［K］＝0.79394＋0.466474・（ヘリウム圧力［ｔｏｒｒ］）^0.30081
この近似式は、図３の通り圧力ー温度対応表をフィッティングして求めたものである。

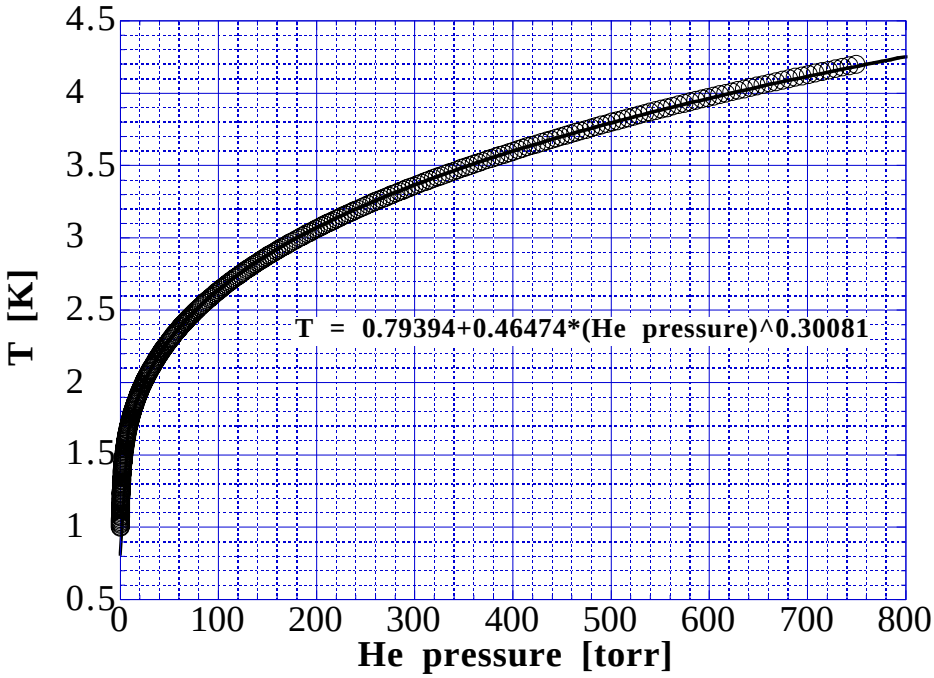

図３　ヘリウム圧と温度

残留抵抗R_{res}は 4.2K から 1.4K まで減圧して測定した表面抵抗を以下の式でフィッティングして求められる。

$$R_{res} = R_S - R_{BCS} = R_S - A\frac{\omega^2}{T}e^{-\frac{\Delta}{k_B T}}$$

我々のＬバンド超伝導単セル空洞では　残留抵抗は５ｎΩ程度である。1.4ＫでR_Sはほぼ残留抵抗である。一方の常伝導空洞では表面抵抗$R_{S/NC}$は、$R_{S/NC} = \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}}$であるが、無酸素銅では異常表皮効果のため 70Ｋ以下では電気伝導度がこの式より小さくなり、ヘリウム温度でも常温の数分の１にしかならない。［１］

空洞の効率を示すシャントインピーダンスR_{sh}は以下の通り定義される。

$$R_{sh} = \frac{V^2}{p_{loss}}$$

ここでＶは加速電界である。定義より、R_{sh}が大きいほど少ない電力で強い加速電界を発生させることができる。ここで、

$$R_{sh} = \frac{R_{sh}}{Q_0}Q_0$$

の$\frac{R_{sh}}{Q_0}$は空洞の形状で決まる量である。

一方、Q_0は別の形状因子Gと表面抵抗R_Sにより、

$$Q_0 = \frac{G}{R_S}$$

従ってR_{sh}を大幅に向上させるにはQ_0を上げる、即ち表面抵抗を下げることが必要である。

1.4K まで減圧できたところで、RF の入力を増加させながら加速性能を測定する。加速電界E_{acc}は、減圧時に予め求めておいたQ_tと測定値p_tより以下の通り求められる。

$$R_{sh} = \frac{V^2}{p_{loss}} = \frac{(\ell E_{acc})^2}{p_{loss}}$$

$$(\ell E_{acc})^2 = \frac{R_{sh}}{Q_0}p_{loss}Q_0 = \frac{R_{sh}}{Q_0}p_t Q_t$$

$$E_{acc} = \frac{1}{\ell}\sqrt{\frac{R_{sh}}{Q_0}}\sqrt{p_t Q_t} = Z\sqrt{p_t Q_t}$$

ここで、$Z = \frac{1}{\ell}\sqrt{\frac{R_{sh}}{Q_0}} \approx 90[\Omega/m]$（Ｌバンド単セル空洞）

３．ケーブルロスコレクション

パワーセンサーでの読みを$P_{in/m}$、$P_{r/m}$、$P_{t/m}$とする（図１参照）と、これはケーブルでの損失を含むので、空洞位置での$P_{in/c}$、$P_{r/c}$、$P_{t/c}$よりも小さくなっている。従って空洞性能の測定前に実測値$P_{in/m}$、$P_{r/m}$、$P_{t/m}$よりケーブルでの損失を補正し$P_{in/c}$、$P_{r/c}$、$P_{t/c}$を算出するため

$$P_{in/c} = C_{in} P_{in/m}$$
$$P_{r/c} = C_r P_{r/m}$$
$$P_{t/c} = C_t P_{t/m}$$

を満たす定数C_{in}、C_r、C_tを以下の手順で求めている。

（１）クライオスタット外のケーブルロスの測定
（測定系の図１のＣ、Ｄ点よりセンサーまでのロスの測定）

１）前出の測定系の全体図のＣ位置にパワーセンサーを接続しP_0、$P_{in/m}$を測定する（ケーブルロスは片道分）。
２）Ｃ位置にショートを接続し全反射させ$P_{r/m}$を測定する（ロスは往復分）。
３）Ｃ位置にＤを接続し$P_{t/m}$を測定する（ロスは片道分）。

（２）クライオスタット内のケーブルの測定

測定系の図Ｃ点にサーキュレータを接続し、図４の通りP_0'、P_{in}'、P_t'を順次測定する。

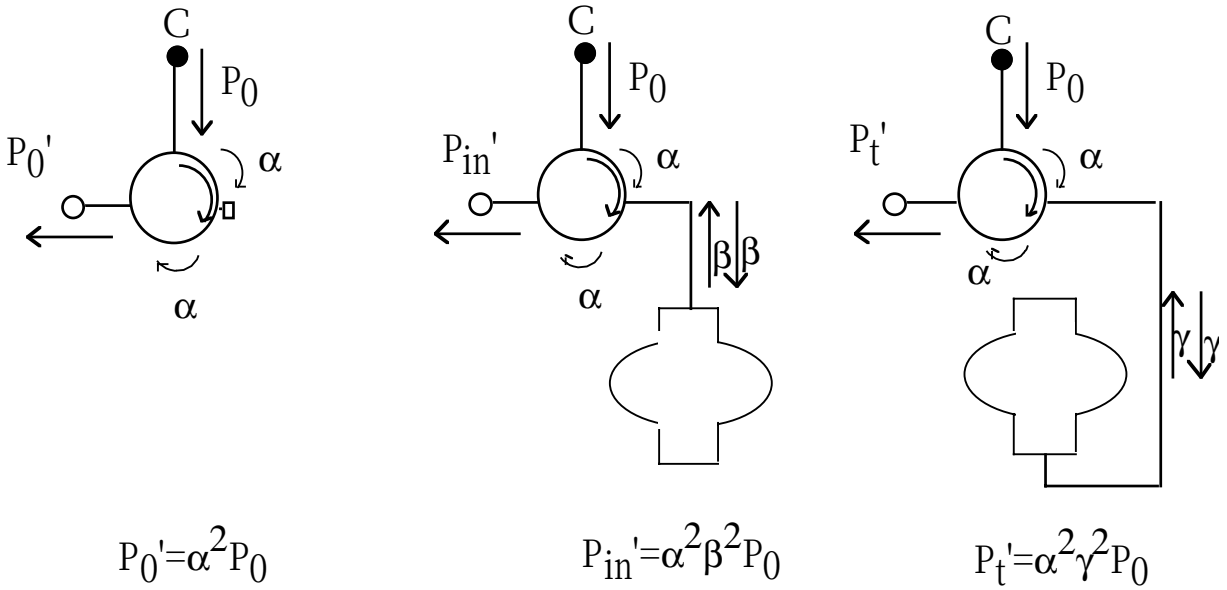

図４　クライオスタット内ケーブルロスコレクション

上記（１）、（２）の測定により、C_{in}、C_r、C_tは以下の通り求められる。

$$C_{in} = \sqrt{\frac{P_0^{'}}{P_{in}^{'}}} \frac{P_0}{P_{in/m}}$$

$$C_r = \sqrt{\frac{P_0^{'}}{P_{in}^{'}}} \frac{P_0}{P_{r/m}}$$

$$C_t = \sqrt{\frac{P_0^{'}}{P_t^{'}}} \frac{P_0}{P_{t/m}}$$

４．測定手順及び測定例

１）　残留表面抵抗を測定する。

４．２Ｋより１．４Ｋまで冷却（減圧）しながら表面抵抗を測定し、残留表面抵抗（温度０での値）を外挿して求める。測定例を図５に示す。

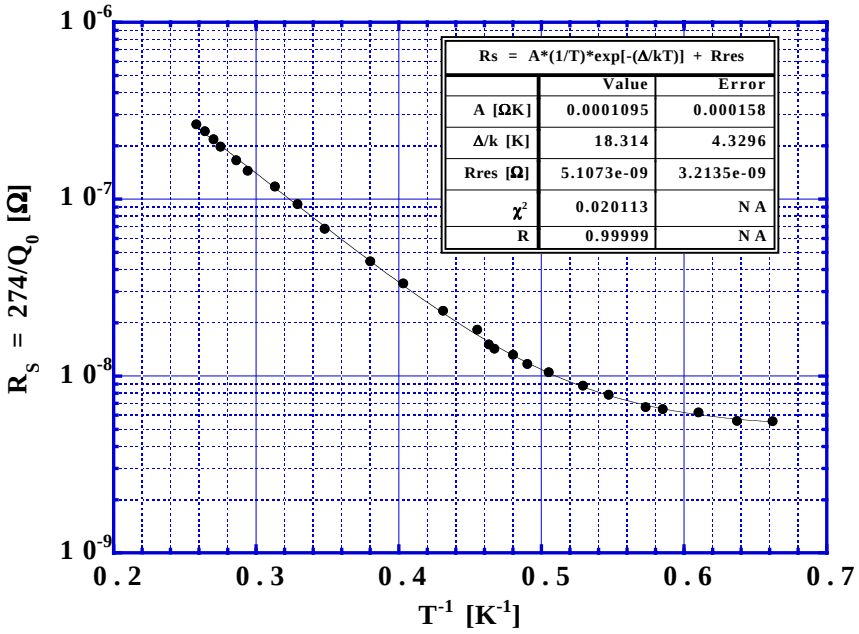

図５　表面抵抗の温度依存性測定例

２）　加速性能を測定する。

入力パワーを増やしながら加速電界を測定する。測定例を図６に示す。

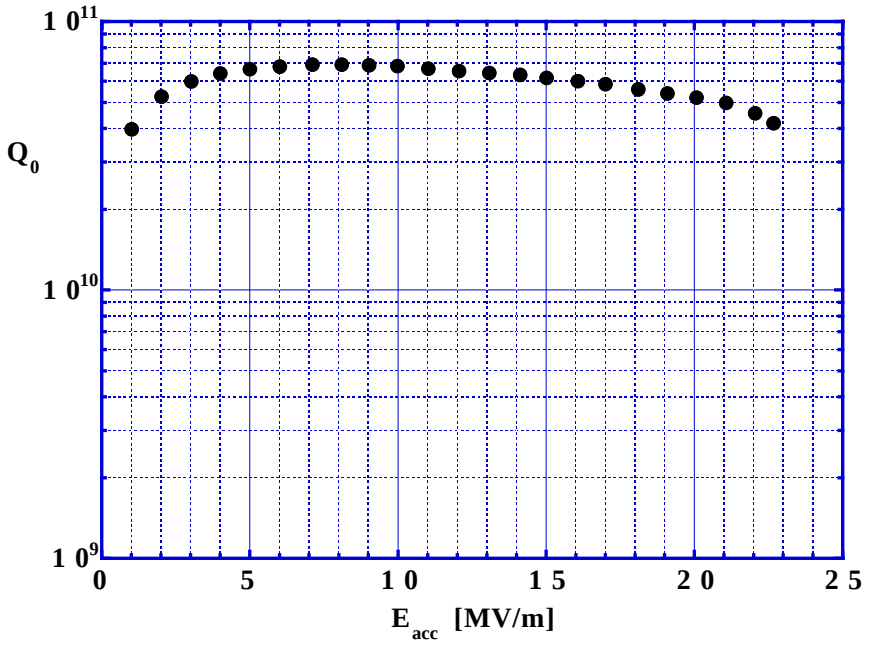

図６　加速性能測定例

尚、本論文の低温空洞性能は、Ｌバンド空洞用に開発された簡易縦測定システム［２］を用いて測定されている。このシステムでは、ヘリウム槽（内径３００φ、深さ３ｍ）やその中に入る空洞吊下げスタンドの熱容量を極力小さくすることで熱負荷を小さくし、窒素予冷を行わずにヘリウム冷却を行っている。ヘリウム槽は熱侵入低減のため上より５０８ｍｍまでＦＲＰ製、その下は軽いアルミ製である。液体ヘリウムを溜めて放置した際の液面の低下速度より、熱侵入は１.１Ｗと非常に小さい。冷却時間は、室温より液体ヘリウム温度に到達するまでが概ね４０分から６０分である。また、単セル空洞の性能測定に必要な液体ヘリウム量は２５０ℓ程度である（冷却時に消費される分を含む）。クライオスタット内にはトーキン製スーパーパーマロイの磁気シールド（肉厚１ｍｍ、内径２９５φ、深さ２ｍ）が挿入されている。これは上側が開いた底付きの円筒形であり、底から１.６ｍでは残留磁場が垂直成分：６ｍＧａｕｓｓ、水平成分：４.５ｍＧａｕｓｓである。残留磁場の空洞の表面残留抵抗への寄与は、ＣＥＢＡＦでの測定結果によれば夫々０.２５ｎΩ／ｍＧａｕｓｓ、０.２２ｎΩ／ｍＧａｕｓｓであり、合計すれば２.５ｎΩとなる。尚、単セル空洞の低温測定に於て最も小さい表面残留抵抗は４ｎΩ程度であるため空洞起因の残留抵抗は、小さいものでは１ｎΩ程度と推定される。

[1]：Weingarten, W., Particle World, Vol.1, No.4, p93(1990)

[2]："Ｌ－バンド超伝導空洞用簡易縦測定システム" K. Saito et al., Proceeding of the 21st Linear Acelerator Meeting in Japan 1996, Tokyo, Japan